

Proseminar “Darstellungstheorie endlicher Gruppen”

Wintersemester 2012/13

Proseminarleiter: Roland Löttscher

1 Fernando Wagner (31.10.2012): Erste Definitionen und Beispiele (Kap. 3.1)

- Darstellung, Grad einer Darstellung, Äquivalenz von Darstellungen
- Invarianter Unterraum
- Direkte Summe, Zerlegung einer Darstellung
- Zerlegung der Darstellungen $S_3 \rightarrow GL_3$ und $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \rightarrow GL_2(\mathbb{C})$
- Zerlegung von ein- und zweidimensionalen Darstellungen
- Vollständige Reduzibilität
- Invarianz der Begriffe der Zerlegbarkeit, Irreduzibilität und vollständiger Reduzibilität unter Äquivalenz von Darstellungen

2 Julia Sussick (8.11.2012): Maschkes Theorem zur vollständigen Zerlegbarkeit (Kap. 3.2)

- Unitäre Darstellung
- Vollständige Reduzibilität von unitären Darstellungen
- Darstellungen von endlichen Gruppen sind äquivalent zu unitären Darstellungen
- Beispiel einer unzerlegbaren reduziblen Darstellung von \mathbb{Z}
- Satz von Maschke
- Beispiel einer unzerlegbaren reduziblen Darstellung über Körper von positiver Charakteristik (z.B. $G = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \rightarrow GL_2(\mathbb{F}_2)$)

3 Dennis Tobert (15.11.2012): Homomorphismen von Darstellungen (Kap. 4.1, Übung 3.5)

- Homomorphismen zwischen Darstellungen
- Kern und Bild von Homomorphismen
- Vektorraumstruktur auf $\text{Hom}(V, W)$
- Fixpunkt-Unterraum V^G einer Darstellung (siehe Übung 3.5(1))
- Darstellung auf $\text{Hom}(V, W)$ mit Fixpunkt-Unterraum $\text{Hom}_G(V, W)$
- Schursches Lemma

4 Moritz Heimbächer (22.11.2012): Gruppenalgebra und Orthogonalitätsrelationen (Kap. 4.2 (4.3, 5.2), Übung 3.5)

- Gruppenalgebra $L(G)$ als Vektorraum mit innerem Produkt
- Konvolutionsprodukt auf $L(G)$ (siehe Kap. 5.2)
- Zentrum der Gruppenalgebra $Z(L(G))$ und Klassenfunktionen (siehe Kap. 5.2, 4.3)
- Gemittelter Operator (vergleiche Übung 3.5)
- Schur-Orthogonalitätsrelationen
- Orthonormale Teilmenge von $L(G)$
- Schranke an die Anzahl der irreduziblen Charaktere und ihrer Grade

5 Paul Bergold (29.11.2012): Charaktere von Darstellungen (Kap. 4.3)

- Charakter einer Darstellung und Wert am Neutralelement
- Invarianz des Charakters unter Äquivalenz von Darstellungen
- Charaktere sind Klassenfunktionen
- Kanonische Basis des Raums der Klassenfunktionen
- Orthogonalitätsrelationen für irreduzible Charaktere
- Schranke an die Anzahl irreduzibler Charaktere durch Anzahl Konjugationsklassen

- Multiplizität einer irreduziblen Darstellung
- Berechnung der Multiplizitäten anhand des Charakters
- Irreduzibilität von Darstellungen anhand des Charakters, Bsp: S_3

6 Philipp Winter (13.12.2012): Reguläre Darstellung einer endlichen Gruppe (Kap. 4.4, Beispiel 4.3.17)

- Reguläre Darstellung
- Unitarität der reg. Darstellung
- Charakter der reg. Darstellung
- Zerlegung der reg. Darstellung
- Quadratsummen-Formel
- Orthonormale Basen für $L(G)$ und $Z(L(G))$
- Charaktertafel (Definition und Beispiel S_3 ; siehe Beispiel 4.3.17).

7 Michael Heptner (20.12.2012): Darstellungen endlicher abelscher Gruppen (Kap. 4.5, Übungen 3.4, 4.7, Lemma 6.2.6)

- Irreduzible Darstellungen von $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ (siehe Übung 3.4)
- Grad irreduzibler Darstellungen von endlichen abelschen Gruppen
- Diagonalisierbarkeit von Darstellungen endlicher abelscher Gruppen
- Irreduzible Darstellungen direkter Produkte (Übung 4.7); speziell für abelsche Gruppen
- Irreduzible Darstellungen von abelschen Gruppen (der Form $\prod_{i=1}^n \mathbb{Z}/n_i\mathbb{Z}$)
- Anzahl irreduzibler Darstellungen von abelschen Gruppen
- Charaktertafel der Kleinschen Vierergruppe
- Irreduzible Darstellungen von Grad 1 einer endlichen Gruppe (siehe Lemma 6.2.6)

8 Gebhart Martin (10.01.2013): Ganze Zahlen und Grade von irreduziblen Darstellungen (Kap. 6.1, 6.2)

- Ganze Zahlen mit Beispielen (Einheitswurzeln, Eigenwerte, Charakterwerte (6.2), ganze Zahlen in \mathbb{Q})
- Ganze Zahlen als Unterring der komplexen Zahlen
- Ganzheit der Zahlen $|C_G(g)| \cdot \chi_\phi(g) / \chi_\phi(1)$
- Theorem über die Grade von irreduziblen Darstellungen
- Gruppen von Ordnung p^2
- Gruppen von Ordnung pq mit $p < q$, $q \not\equiv 1 \pmod{p}$

9 Reimar Leike (17.01.2013): Reelle Charaktere und ein Theorem von Burnside (Kap. 9)

- Konjugierte Darstellung und zugehöriger Charakter
- Reale Charaktere und Konjugationsklasse
- Anzahl der reellen irreduziblen Charaktere
- Existenz von reellen Charakteren
- Theorem von Burnside (Theorem 9.1.12)

10 Konstantin Büttner (24.01.2013): Fourier-Analyse auf abelschen endlichen Gruppen (Kap. 5.1, 5.3, Übung 5.1)

- Periodische Funktionen
- Fourier-Transformierte und Fourier-Inversion auf zyklischen Gruppen
- Beispiel $\sin(2\pi k/3)$ (siehe Übung 5.1)
- Fourier-Transformierte und Fourier-Inversion auf endlichen abelschen Gruppen
- Linearität der Fourier-Transformation
- Fourier-Transformierte eines Konvolutions-Produkts
- Zusammenhang mit der klassischen Fourier-Transformation

11 Long Huynh Huu (31.01.2013): Fourier-Analyse auf beliebigen endlichen Gruppen (Kap 5.5, Übung 5.6)

- Struktur der Gruppenalgebra $L(G)$ für endliche abelsche Gruppen
- Fourier-Transformation auf beliebigen endlichen Gruppen
- Fourier-Inversion als Vektorraum-Isomorphismus
- Fourier-Inversion als Ring-Isomorphismus
- Idempotente von $L(G)$ (siehe Übung 5.6)

12 Agnes Köhler (07.02.2013): Die irreduziblen Darstellungen der symmetrischen Gruppe; Kap. 10.1 und Teile von 10.2

- Partitionen, konjugierte Partition
- Young-Diagramme
- Dominanz-Ordnung mit Eigenschaften
- Spalten-Stabilisator
- Tabloide und die S_n -Operation auf Tabloiden
- Assoziierte Polytabloide und S_n -Operation auf Polytabloiden
- Konstruktion der Specht-Darstellungen mit Beispielen. Irreduzibilität ohne Beweis.