Technische Universität München

Schnupperstudium 2022

(Kubische Gleichungen und komplexe Zahlen)

Dr. Fabian Reimers

Blatt 2

Übungen (Dienstag 14.6.22)

A 5 Rechnen mit komplexen Zahlen

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ dar:

(a) $z_1 = (4 - i) \cdot (1 + 4i)$

(b) $z_2 = (1 + i)^4$

(c) $z_3 = \dfrac{2}{1 - 3i} \cdot \dfrac{20 - 5i}{1 + 3i}$

(d) $z_4 = \dfrac{7i - 1}{4 + 2i}$

(e) $z_5 = \sum_{k=0}^{101} i^k = i^0 + i^1 + i^2 + \ldots + i^{100} + i^{101}$.

A 6 Komplexe Konjugation

(a) Zeigen Sie, dass für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gelten:

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2} \quad \text{und} \quad \overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}.$$

(b) Es sei $f = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ ein reelles Polynom mit einer komplexen Nullstelle $z \in \mathbb{C}$. Zeigen Sie, dass dann auch $\overline{z}$ eine Nullstelle von f ist.

A 7 Wurzeln in $\mathbb{C}$

Es sei $z = a + bi$ eine komplexe Zahl. Zeigen Sie, dass eine komplexe Zahl $w = c + di$ mit $w^2 = z$ existiert.