Lehrbuch der Algebra, 4. Auflage, 2017

Korrekturen

66_{12} *statt* $D_n = ...$ *lies* $D_n = \{id, \sigma, ..., \sigma^{n-1}, \tau, \sigma\tau, ..., \sigma^{n-1}\tau\}$
66_9 *statt* $\sigma\tau\sigma = \sigma^{-1}$ *lies* $\tau\sigma\tau = \sigma^{-1}$
77_8 *statt* $... = \mathrm{ggT}(m, n-k).$ *lies* $... = \mathrm{ggT}(m, n-km).$
79^6 *statt* $n_4 = q_4 n_4 + ...$ *lies* $n_4 = q_5 n_5 + ...$
179^{14} *statt* $x \in R$ *lies* $x \in M$
190 Ergänzung am Ende von 2.17

Beispiel Gegeben sind $f = X^2 - 1$ und $g = 3X - 1$ in $\mathbb{Z}[X]$.
Dann ist
$f = (\frac{1}{3}X + \frac{1}{9}) \cdot g - \frac{8}{9}$ in $\mathbb{Q}[X]$
und
$9f = (3X+1) \cdot g - 8$ in $\mathbb{Z}[X]$ mit $b = 3$ und $k = 2 = m - m + 1$.

197^{13} *statt* vom ***Grad*** k *lies* vom ***Grad*** $k \geq 0$
197_{14} Nachtrag: *lies* ...homogenen Anteil vom Grad k ist. Demnach gilt das Nullpolynom als nicht homogen. ...
197_3 *statt* $f, g, h \in R[X]$ *lies* $f, g, h \in R[X_1 \ldots X_n]$
197_2 *statt* $f = g \cdot h$ *lies* $f = g \cdot h \neq 0$
206_{13} *statt* Ist R kommutativ, so kann man ...
lies Ist R kommutativ mit 1, so kann man ...
210 *lies* **Beispiel 1** a) Der Unterring $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ ist kein Ideal
b) Sei K ein Körper und

$$R := \mathrm{M}(2 \times 2; K) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; a, b, c, d \in K \right\}.$$

Teilmengen H_i des Rings R sind wie folgt erklärt:

$$H_1 := \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad H_2 := \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} \right\},$$

$$H_3 := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} \right\}, \quad H_4 := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Sie sind für alle $i = 1, ..., 4$ additive Untergruppen von R und für $i = 1, 2, 3$ Unterringe von R. $H_4 \subset R$ ist kein Unterring.
$H_1 \subset H_2$ ist ein Ideal, aber $H_1 \subset H_3, H_1 \subset R, H_2 \subset H_3$, $H_2 \subset R$ und $H_3 \subset R$ sind keine Ideale.
Das sieht man leicht durch Multiplikation der entsprechenden Matrizen.

214^4 *statt* Ist R kommutativ, so ist *lies* Ist R kommutativ mit 1, so ist

217^8 *statt* $(m + \mathbf{i})(m - \mathbf{i})$ *lies* $(m + n\mathbf{i})(m - n\mathbf{i})$

217_{10} *statt* $\alpha = q\beta - r$ *lies* $\alpha = q\beta + r$

218_3 *statt* Dann erklären wir ... also $f \cdot h = 1$.

lies Gesucht ist ein

$$g = \sum_{n=0}^{\infty} b_n X^n \quad \text{mit} \quad f \cdot g = 1$$

Allgemein ist

$$f \cdot g = \sum_{n=0}^{\infty} c_n X^n$$

Wir können $a_0 = 1$ annehmen, dann muss
wegen $c_0 = 1$ auch $b_0 = 1$ sein. Für $n \geqslant 1$ muss

$$0 = c_n = b_n + a_1 \cdot b_{n-1} + \cdots + a_n$$

sein. Also kann man die gesuchten b_n rekursiv erklären durch

$$b_n := -(a_1 \cdot b_{n-1} + \cdots + a_n).$$

Für die geometrische Reihe

$$f := \sum_{n=0}^{\infty} X^n$$

erhält man $g = 1 - X$, also

$$f = \frac{1}{g} = \frac{1}{1-X}\ .$$

239^2 *statt* sowie Primideal und maximales Ideal

lies für Ideale ungleich Null Primideal und maximales Ideal

250_3 und 250_2 *statt* so erklären wir (...) $\in R$.

lies so erklären wir den **Inhalt** $\mathrm{inh}(f)$ von f als den ggT der von 0
verschiedenen Koeffizienten a_i. Dieses Element von R
hängt von der Wahl des Vertretersystems P ab.

251^{13} und 251^{14} *statt* erklären. Anstelle (...) verwenden, denn
lies erklären. Sei R^+ die Menge der Produkte von Elementen von P und K^+ die Teilmenge von K, die aus den Elementen der Form a/b mit $a, b \in R^+$ besteht. (Ist $R = \mathbb{Z}$ und P die Menge der Primzahlen, so besteht R^+ aus den positiven ganzen Zahlen und K^+ aus den positiven rationalen Zahlen.) Anstelle von b kann man in der Definition von $\operatorname{inh}(f)$ auch ein Vielfaches $b' = c \cdot b$ mit $c \in R^+$ verwenden, denn dann ist

252^2 und 252^3 *statt* *a) Der Inhalt (...) eindeutig bestimmt.*
lies *a) Es ist* $f = \operatorname{inh}(f) \cdot f^*$ *die einzige Zerlegung von* f *in der Form* $f = \alpha g$*, wobei* $\alpha \in K^+$ *und wobei* g *ein primitives Polynom ist.*

252^7 bis 252^{12} *statt* *Beweis a)* (...) $\alpha a_i = \beta b_i$.
lies *Beweis.* a) Zunächst hat man als einfache Vorüberlegung:
Ist $\alpha \in K^+$, so ist

$$\operatorname{inh}(\alpha f) = \alpha \operatorname{inh}(f).$$

Ist nun $\alpha g = \beta h$ mit $\alpha, \beta \in K^+$ und primitiven g und h, so ist nach der Vorüberlegung

$$1 = \operatorname{inh}(g) = \operatorname{inh}\left(\frac{\beta}{\alpha} h\right) = \frac{\beta}{\alpha} \operatorname{inh}(h) = \frac{\beta}{\alpha},$$

also $\alpha = \beta$. Dann ist auch $g = h$.

252_5 *streiche* bis auf Einheiten in R

277_1 *statt* $y = ...$ *lies* $\xi = ...$

283^2 *statt* $\alpha \in ...$ *lies* $a \in$

299^1 *lies* Da $f(X^2)$ geraden und $X \cdot g(X^2)$ ungeraden Grad hat, ist $h \neq 0$.

299^2 *lies* algebraisch

299^3 *lies* folgt

305^3 *lies* $... + X^2 + X + 1...$

338^2 *statt* Bemerkung f *lies* Lemma 2

348^7 *statt* $= -\dfrac{a}{\zeta}$ *lies* $d\ -a\zeta^2$ und *statt* $= a \cdot (1 + \zeta)$ *lies* $-a \cdot (\zeta^2 + 1)$.

418^{11} und 418^{12} *statt* können wir annehmen, dass es ein $a \in K^\times$ gibt
lies gibt es ein $a \in K^\times$

454_3 *statt* $(\pm 1, \pm\gamma, 0), (...$ *lies* $(0, \pm 1, \pm\gamma), (...$

Den vielen aufmerksamen Lesern sei an dieser Stelle für ihre wertvollen Hinweise gedankt.